

LNF - 65/30
6 Settembre 1965.

M. A. Locci, P. Picchi e G. Verri: CALCOLO DI UNA CASCATA
NUCLEONICA IN ALLUMINIO CON IL METODO DI MONTE CAR
LO PER ENERGIE TRA 400 E 30 MEV. -

(Nota interna: n. 287)

LNF-65/30

Nota interna: n° 287
6 Settembre 1965

M. A. Locci, P. Picchi e G. Verri: CALCOLO DI UNA CASCATA NUCLEONICA IN ALLUMINIO CON IL METODO DI MONTE CARLO PER ENERGIE TRA 400 E 30 MeV. -

I. INTRODUZIONE. -

In questo lavoro si è studiata una cascata nucleonica generata da nucleoni primari veloci con energia massima di 400 MeV, con lo scopo di ottenere informazioni per stimare gli spessori necessari alle schermature dell'acceleratore lineare di Frascati.

Il calcolo delle cascate è stato eseguito in approssimazione monodirezionale.

Nel range di energie da noi considerate (400 MeV - 30 MeV) la componente mesonica della cascata è trascurabile.

Le particelle vengono seguite fino a 30 MeV, limite sotto il quale non possono più essere considerate particelle di cascata.

Nei nostri calcoli è stato considerato come assorbitore l'Alluminio perchè è l'elemento che presenta caratteristiche più vicine a quelle del cemento, normalmente impiegato per le schermature. Ma il programma di calcolo può essere usato per un qualunque mezzo assorbente.

Il calcolo, programmato in linguaggio FORTRAN, è stato eseguito mediante il calcolatore IBM 7040 dell'Istituto Superiore di Sanità.

II. DESCRIZIONE DEL PROCESSO DI MOLTIPLICAZIONE IN CASCATA. -

La cascata è iniziata da un protone o un neutrone primario la cui energia è compresa tra 60 e 400 MeV. La probabilità che il primario sia un protone o un neutrone è la stessa.

In base al libero cammino medio (urto non elastico) corrispondente alla sua energia, questa particella attraverserà un tratto del mezzo assorbente; dopodiché avrà luogo una interazione nucleare, consistente nella emissione dal nucleo colpito di uno o più nucleoni veloci per urto diretto con il nucleone incidente. Nella presente trattazione si considerano come "veloci" i nucleoni emessi con energia > 30 MeV; oltre a questi, il nucleo residuo, che in generale è eccitato, può perdere un certo numero di altri nucleoni per "evaporazione". Prima che questa interazione abbia luogo il primario avrà perso, se si tratta di un protone, tutta o parte della sua energia per l'effetto di ionizzazione.

I protoni e i neutroni con energia > 30 MeV possono divenire a loro volta primari di nuove generazioni. Il processo si esaurisce quando nell'assorbitore non esistono più particelle con energia > 30 MeV.

Un esempio di una possibile cascata è presentato in figura 1.

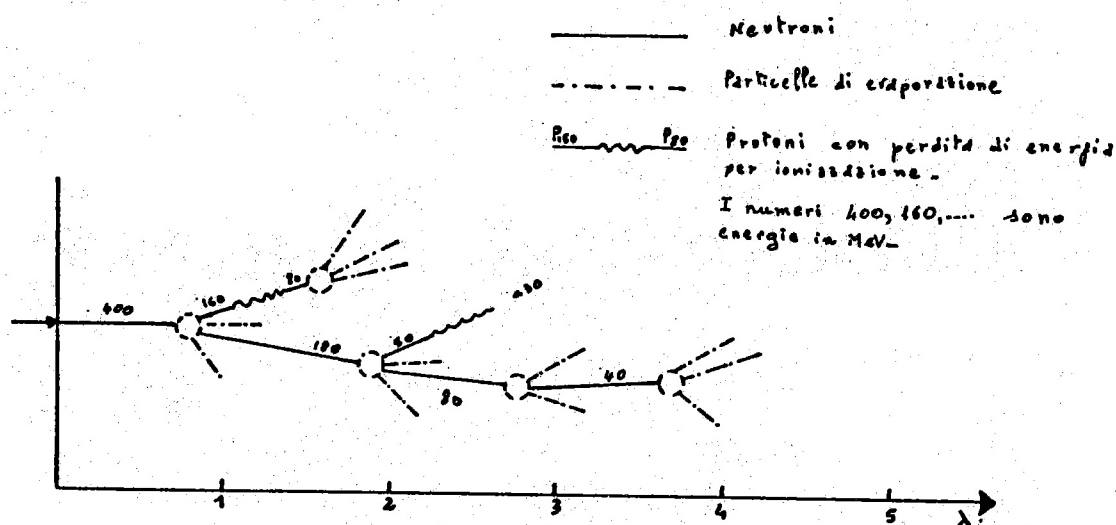


FIG. 1

III. PARAMETRI FISICI. -

III. 1. Spettro di energia dei primari. -

E' noto da risultati sperimentali ⁽¹⁾ che i protoni e i neutroni veloci prodotti da γ di bremsstrahlung presentano una distribuzione in energia che va come $1/E^2$ fino a circa metà dello spettro della brems

strahlung, e come $1/E^7$ da questo punto in poi .

Quindi normalizzando si ha

$$(1) \quad 1 = B \int_{60}^{200} \frac{1}{E^2} dE + C \int_{200}^{400} \frac{1}{E^7} dE,$$

e raccordando i due spettri si ha

$$(2) \quad \frac{B}{(200)^2} = \frac{C}{(200)^7}$$

Da queste due equazioni si ricavano i valori di B e C:

$$(3) \quad B = 80.07684 \quad C = 2.562459 \times 10^{13}.$$

Lo spettro di energia dei fotoneutroni e fotoprotoni è presentato in figura 2.

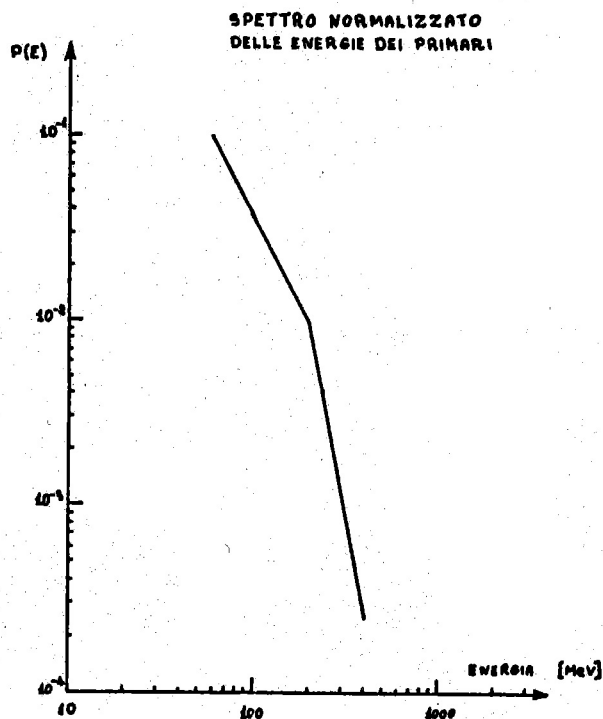


FIG. 2

III. 2. Sezioni d'urto non elastiche del protone e del neutrone. -

Le sezioni d'urto non elastiche per i neutroni sono state prese dalle misure di Voss e Wilson⁽²⁾.

Le sezioni d'urto per i protoni sono state ricavate dai calcoli di Metropolis e Collaboratori⁽³⁾.

Il loro andamento in funzione dell'energia è riportato nella figura 3.

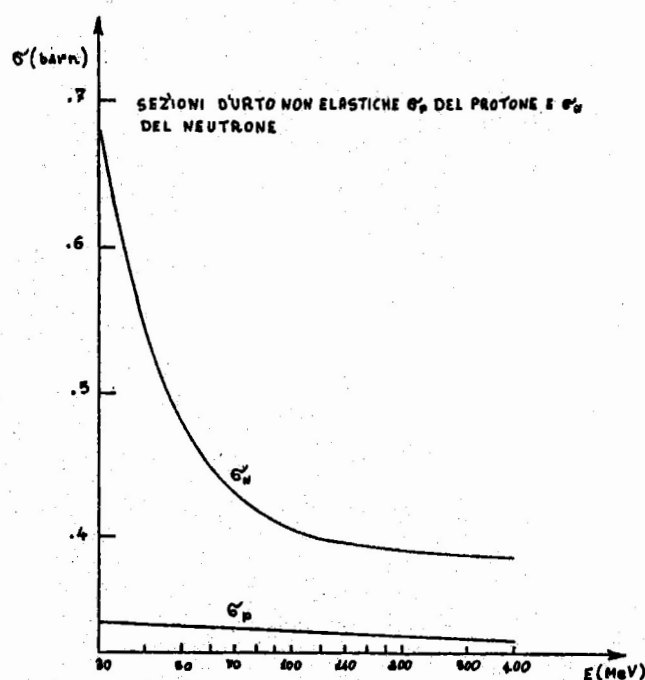


FIG. 3

III. 3. Perdite di energia per ionizzazione. -

Per i protoni occorre considerare le perdite di energia per ionizzazione.

Per la sezione d'urto di questo processo si è usata la formula di Sternheimer⁽⁴⁾.

$$(4) \quad \xi(E) = \frac{2\pi e^4}{m_e c^2} \frac{Z}{\beta^2} \left\{ \ln \left[2 \frac{m_e c^2 \beta^2 W_{\max}}{I^2 (1 - \beta^2)} \right] - 2\beta^2 - \delta \right\}$$

dove

$m_e c^2$ = energia di riposo dell'elettrone

$$\beta = \left[E(E + 2Mc^2) \right]^{1/2} \times \left[E + Mc^2 \right]^{-1}$$

M = massa della particella incidente

Z = numero atomico del mezzo assorbente (nel nostro caso (Alluminio) Z = 13)

I = potenziale medio di ionizzazione del mezzo assorbente (nel nostro caso I = 166 eV)

δ = correzione per l'effetto di densità del mezzo assorbente

$$= 4.606 x + c + a (x_2 - x)^m \quad \text{per } x_1 \leq x \leq x_2$$

$$= 4.606 x + c \quad \text{per } x > x_2$$

$$\text{con } x = \lg_{10} \left[\beta (1 - \beta^2) \right]^{-1/2}$$

dove per l'alluminio le costanti hanno i seguenti valori

c	a	m	x_1	x_2
-4.25	0.11	3.34	0.05	3

III. 4. Molteplicità medie dei protoni e neutroni secondari.

Informazioni sulle molteplicità medie V_n e V_p dei neutroni e protoni secondari si ricavano dalle misure sulle reazioni dei raggi cosmici nelle emulsioni.

Per il nostro lavoro ci siamo basati sulle misure di Camerini et al. (5).

Queste misure si riferiscono solo a particelle cariche, però possiamo assumere che per l'Alluminio sia

$$V_N = V_P$$

In figura 4 si riporta la curva delle molteplicità medie per primari di energia tra 30 e 400 MeV

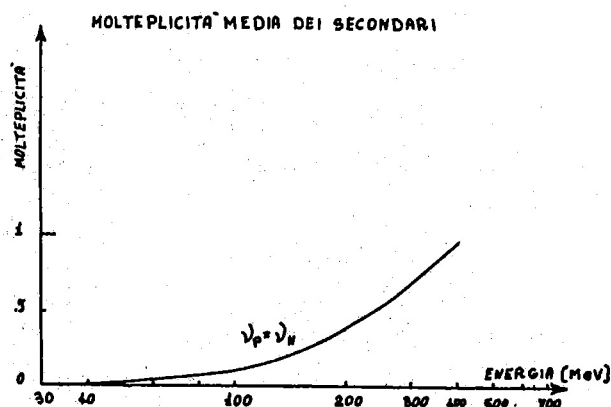


FIG. 4

III. 5. Distribuzione dell'energia E dei secondari in funzione dell'energia E' del primario. -

Le informazioni ottenute dallo studio dei raggi cosmici non consentono di ricavare le funzioni di distribuzione dell'energia $f_n(E, E')$ ed $f_p(E, E')$ in modo rigoroso.

Per ottenerle in una forma soddisfacente bisogna fare alcune considerazioni.

Come per le molteplicità, anche per le distribuzioni di energie si hanno informazioni solo per particelle cariche; è però lecito assumere

$$(6) \quad f_n(E, E') = f_p(E, E')$$

Per determinare la f_p supponiamo che questa sia data dal prodotto di due funzioni

$$(7) \quad f_p(E, E') = f_p(E) A_p(E') \quad (\text{è } E \leq E')$$

Determiniamo la funzione $A_p(E')$ attraverso la normalizzazione.

$$(8) \quad 1 = \int_{30}^{E'} f_p(E, E') dE = A_p(E') \int_{30}^{E'} f_p(E) dE$$

da cui

$$(9) \quad A_p(E') = \frac{1}{\int_{30}^{E'} f_p(E) dE}$$

In questo modo occorre determinare solo la $f_p(E)$.

Questa funzione si può ricavare dai calcoli di Metropolis⁽³⁾ e Camerini⁽⁵⁾.

Il suo andamento è riportato in figura 5.

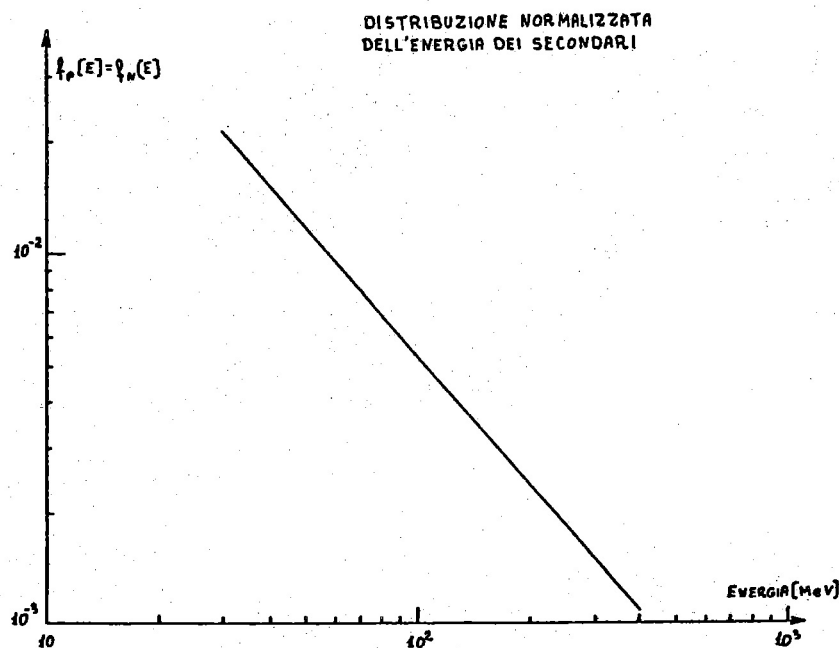


FIG. 5

Dalla figura si vede che, nell'intervallo delle energie da noi considerato, la funzione può essere espressa in forma analitica mediante la legge di potenze:

$$(10) \quad f_p(E) = E^{-1.14}$$

Pertanto si ha

$$(11) \quad f_p(E, E') = f_n(E, E') = \frac{E^{-1.14}}{\int_{30}^{E'} E^{-1.14} dE} = \frac{E^{-1.14}}{-7.15 E'^{-0.14} + 6.1 \times 10^{-2}}$$

che è la relazione da noi cercata.

IV. METODO DI MONTE CARLO E DESCRIZIONE DEL PROGRAMMA. -

Il programma di calcolo simula gli eventi fisici descritti in II.

Quanto viene detto in seguito si può comprendere più facilmente seguendo il diagramma a blocchi allegato (Tav. I).

L'assorbitore viene considerato come costituito da un numero finito di strati, fissabile di volta in volta tenendo conto delle esigenze del

calcolo e della capacità del calcolatore.

Dopo che sono stati letti tutti i dati fisici ed i parametri relativi al caso in studio, viene assegnata una energia alla particella primaria (blocco 10), secondo la distribuzione data in fig. 2. Quindi si decide (blocco 11) se il primario è un protone (blocco 16) o un neutrone (blocco 15), attribuendo ai due casi uguale probabilità. (x)

Dalle curve delle sezioni d'urto si determina il libero cammino medio che spetta alla particella con quella data energia (blocco 817 per il neutrone e blocco 819 per il protone) e quindi le si sorteggia il percorso.

Se tale particella è un protone viene calcolata strato per strato la perdita di energia dovuta all'effetto di ionizzazione (blocco 121); in entrambi i casi la particella viene riportata all'inizio dello strato in cui è giunta (blocco 128 per n, blocco 1212 per p), punto nel quale si assume che sia avvenuta l'interazione nucleare.

In conseguenza di questa reazione (blocco 20) vengono generati nucleoni (blocchi 21-26), con una molteplicità sorteggiata in base al valore della molteplicità media (che dipende dall'energia della particella incidente).

Una volta stabilito il numero ed il tipo dei nucleoni prodotti viene assegnata a ciascuno di essi un'energia ricavata dalle curve di distribuzione nel modo descritto in appendice (blocchi 27-50). Ciascuna di queste particelle viene a sua volta seguita e considerata come una particella primaria. Lo studio della cascata generata da un primario si arresta solo quando nell'assorbitore non vi sono più nucleoni con energia > 30 MeV.

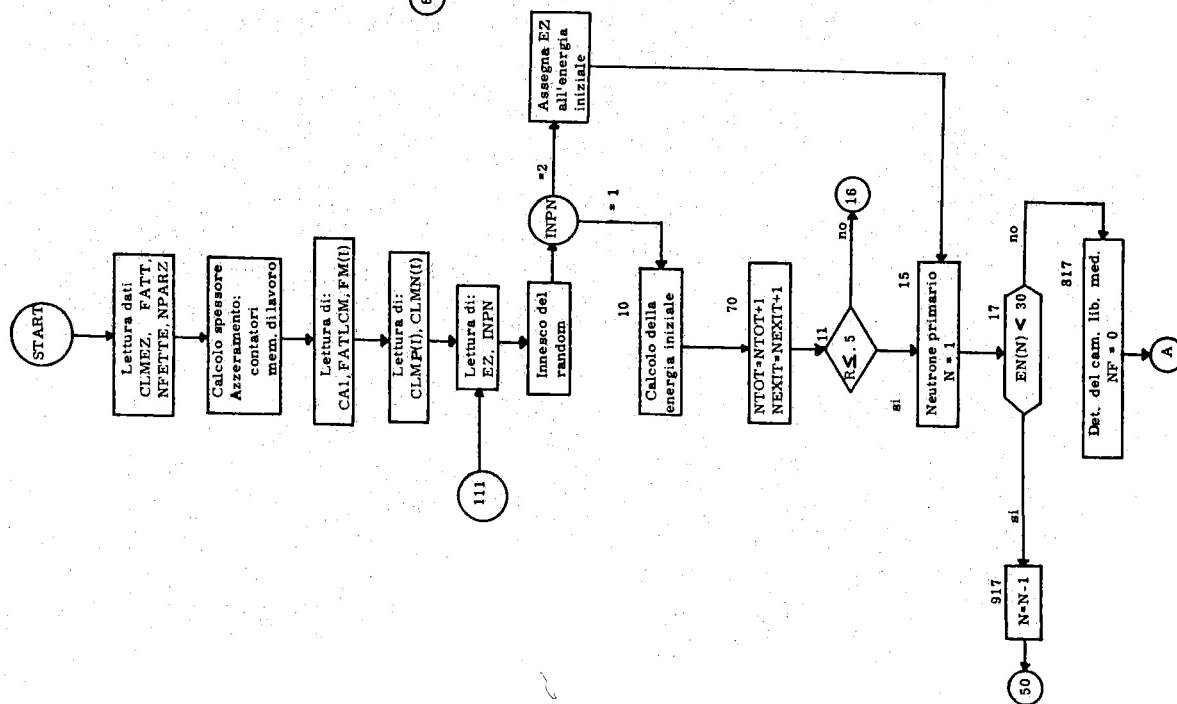
E' da notare che in questo programma non vi è alcuna limitazione sul numero delle generazioni successive nello sviluppo di ciascuna cascata.

Esaurito lo studio della cascata generata da un primario e memorizzati i risultati, si ripete il processo con un nuovo primario.

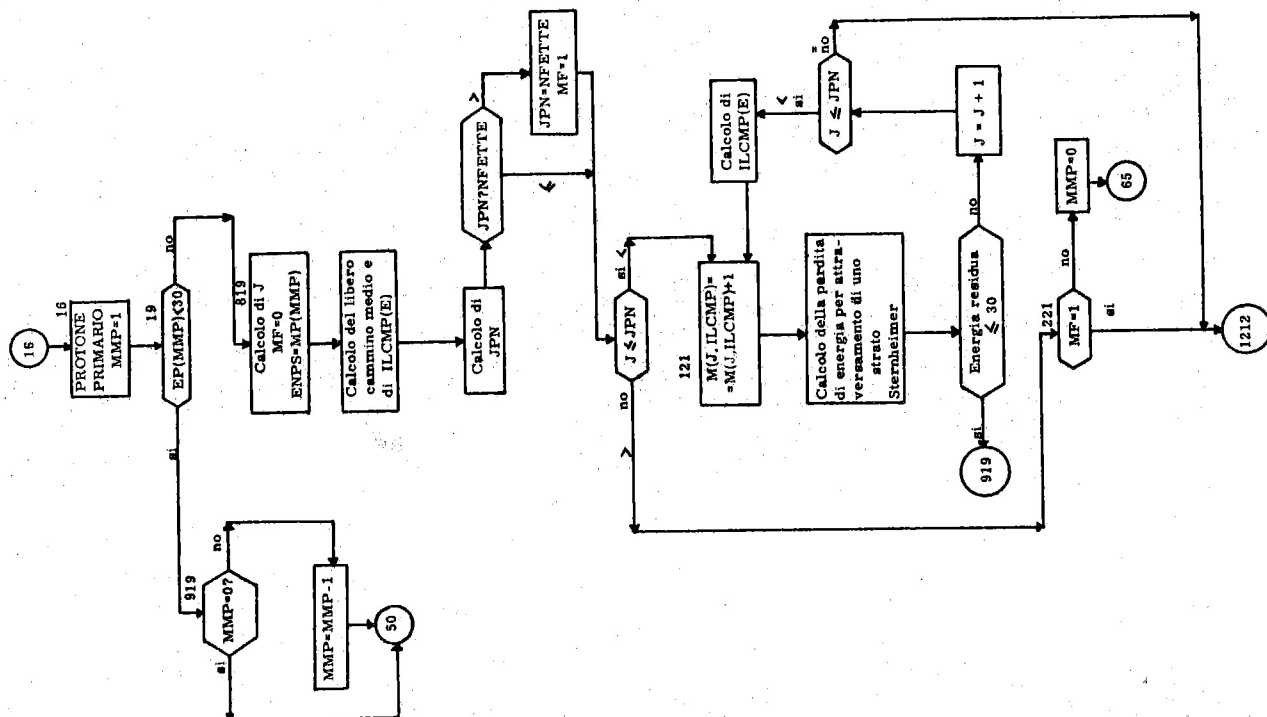
V. SIMBOLI USATI NEL PROGRAMMA E DIAGRAMMA A BLOCCHI. -

Definizioni dei simboli usati per i dati di ingresso:

(x) - Nel programma è prevista inoltre la possibilità di studiare cascate nucleoniche generate da neutroni primari monoenergetici con energia massima di 400 MeV.



TAV. 1



CLMEZ	-	Cammino libero medio in cm del primario con energia EZ.
FATT	-	Numero di cammini liberi medi contenuti nell'assorbitore (Il prodotto CLMEZ*FATT fornisce lo spessore <u>totale</u> dell'assorbitore).
NFETTE	-	Numero di strati in cui è stato suddiviso l'assorbitore (Questo numero non può superare il primo indice delle variabili MN ed MP che compaiono nel DIMENSION).
NPARZ	-	Numero che indica ogni quanti primari si ottengono le uscite parziali.
CA 1	-	Fattore che compare nella formula di Sternheimer $= 2\pi e^4 Z / mc^2$.
FATLCM	-	Fattore per il passaggio dalle sezioni d'urto ai liberi cammini medi.
FM (I)	-	Molteplicità medie dei secondari in funzione dell'energia, (I è l'indice corrispondente alle energie discretizzate).
CLMP (I)	-	Sezione d'urto dei protoni in funzione dell'energia.
CLMN (I)	-	Sezione d'urto dei neutroni in funzione dell'energia.
EZ	-	Energia dei primari.
INPN	-	{ = 1 L'energia dei primari viene sorteggiata secondo la distribuzione data in fig. 1 (in questo caso EZ assume il significato di Energia massima = 400 MeV). = 2 L'energia dei primari viene posta uguale a EZ.

Gli altri simboli del diagramma a blocchi hanno il seguente significato:

R, RN	=	Numeri a caso estratti uniformemente fra 0 ed 1.
NTØT	=	Totalizzatore dei primari.
NEXIT	=	Contatore dei primari per le stampe parziali.
N	=	Indice caratterizzante il neutrone in studio.
MMP	=	Indice caratterizzante il protone in studio.
EN (N)	=	Energia del neutrone di indice N.
EP (MMP)	=	Energia del protone di indice MMP.
JPN	=	Numero di strati attraversati fra i due urti.

10.

J	=	Indice dello strato in studio.
NF	=	Indica quando il n è uscito dal mezzo assorbente.
NE ϕ N	=	Indice per la generazione dei neutroni.
NE ϕ P	=	Indice per la generazione dei protoni.
INEON	=	Indice caratterizzante la molteplicità.
MF	=	Indica quando il protone è uscito dal mezzo assorbente
EC ϕ M	=	Energia della particella prima della interazione nucleare.

VI. RISULTATI. -

Sono stati eseguiti calcoli discretizzando le energie di 10 MeV in 10 MeV.

I calcoli sono di due tipi:

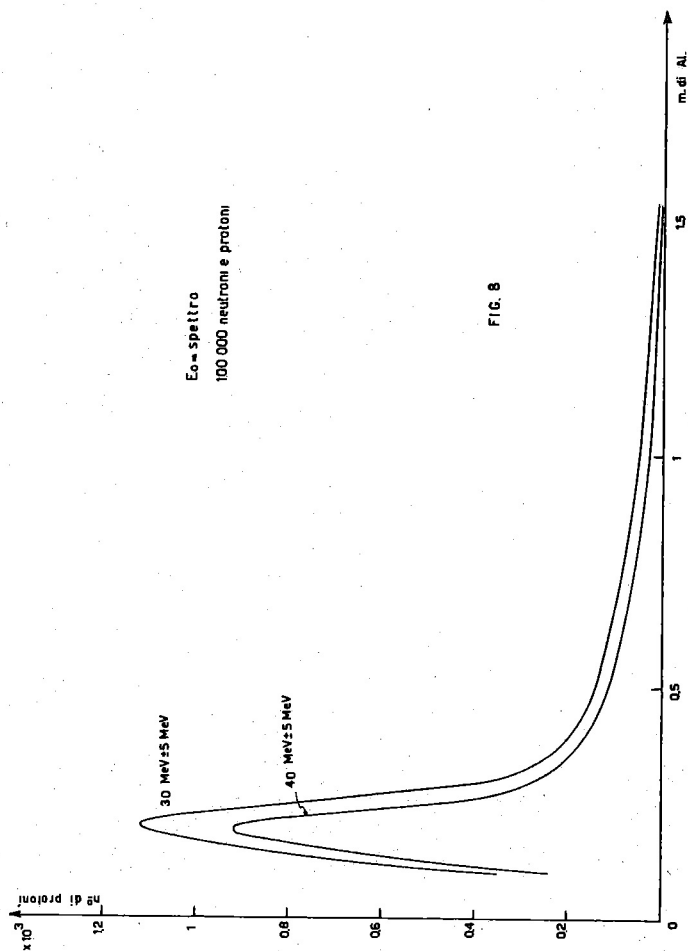
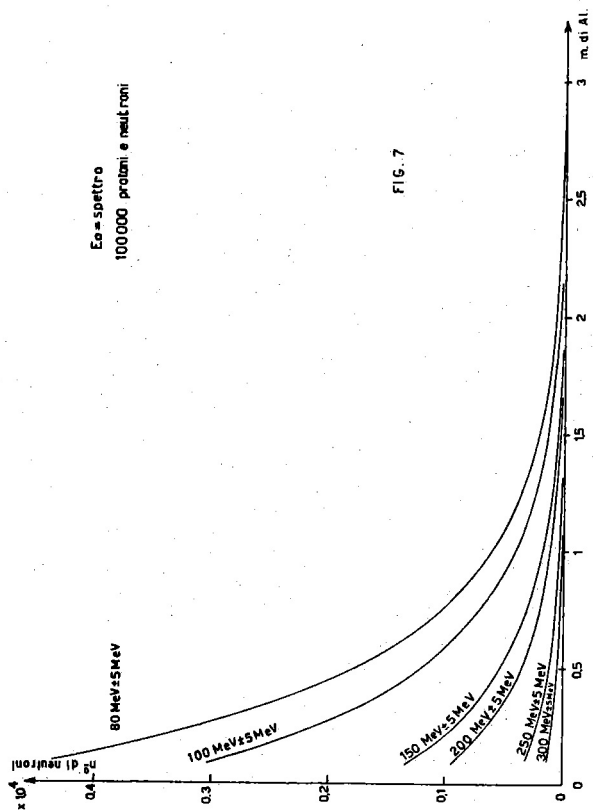
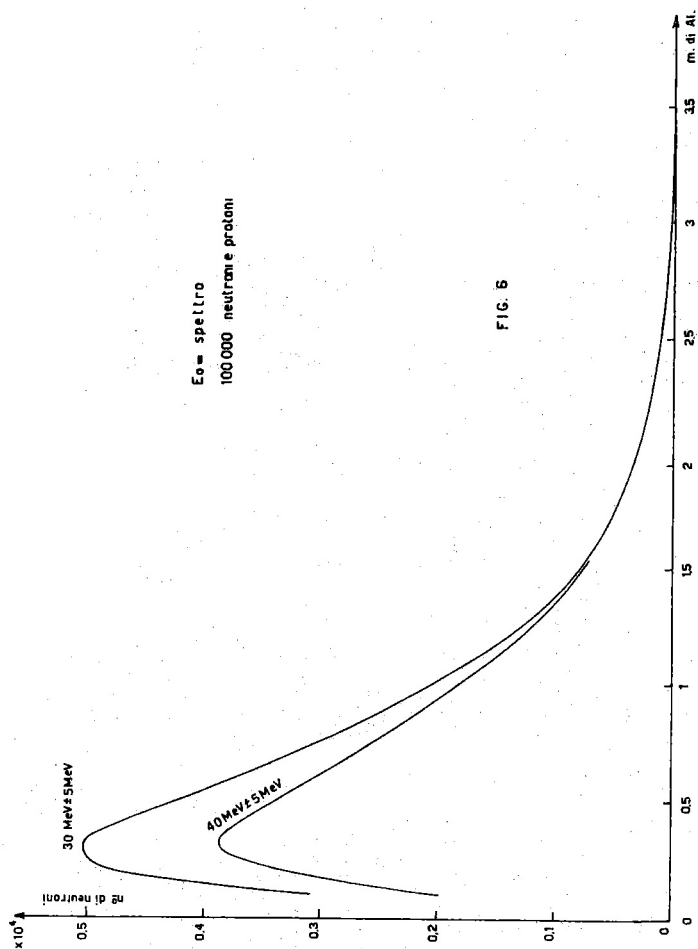
1) - Cascade generate da nucleoni primari con energie distribuite secondo lo spettro di fig. 1.

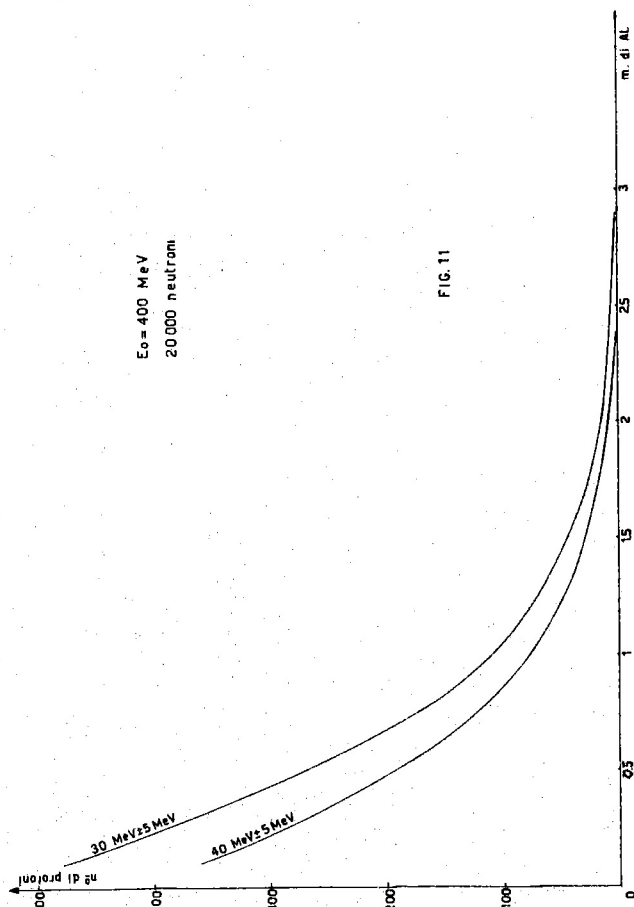
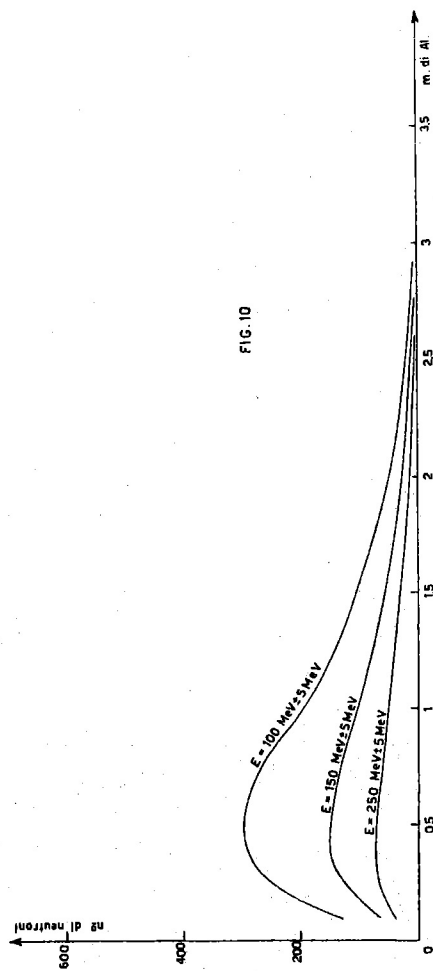
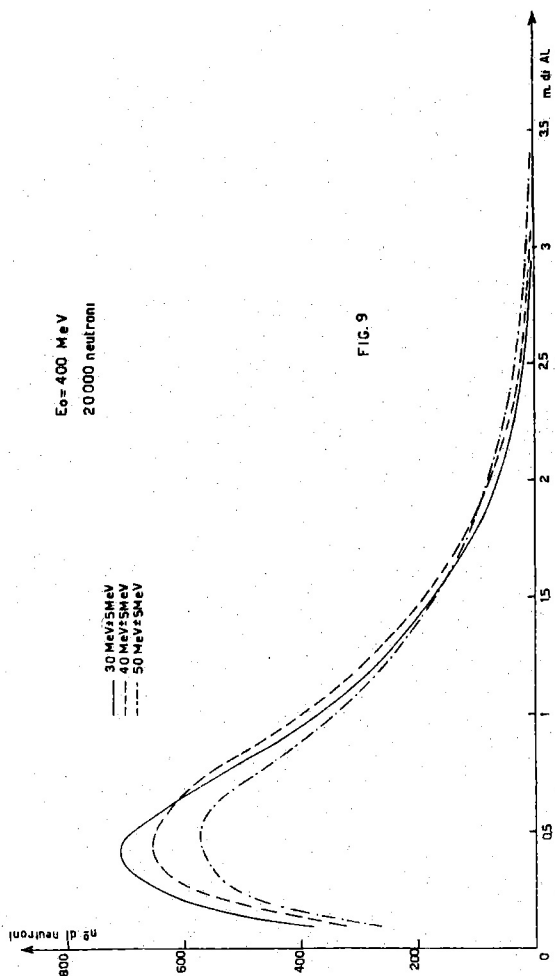
2) - Cascade generate da fasci di neutroni monocromatici. Le curve che si riportano di seguito forniscono il numero di protoni e neutroni di data energia in funzione dello spessore dell'assorbitore; in ciascuna curva è specificato il numero e il tipo dei primari.

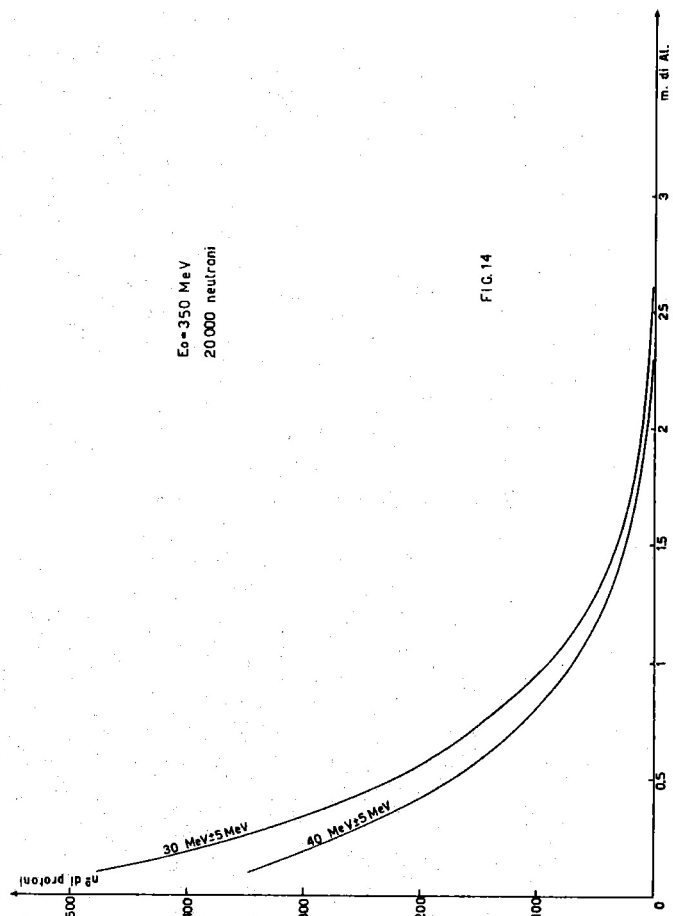
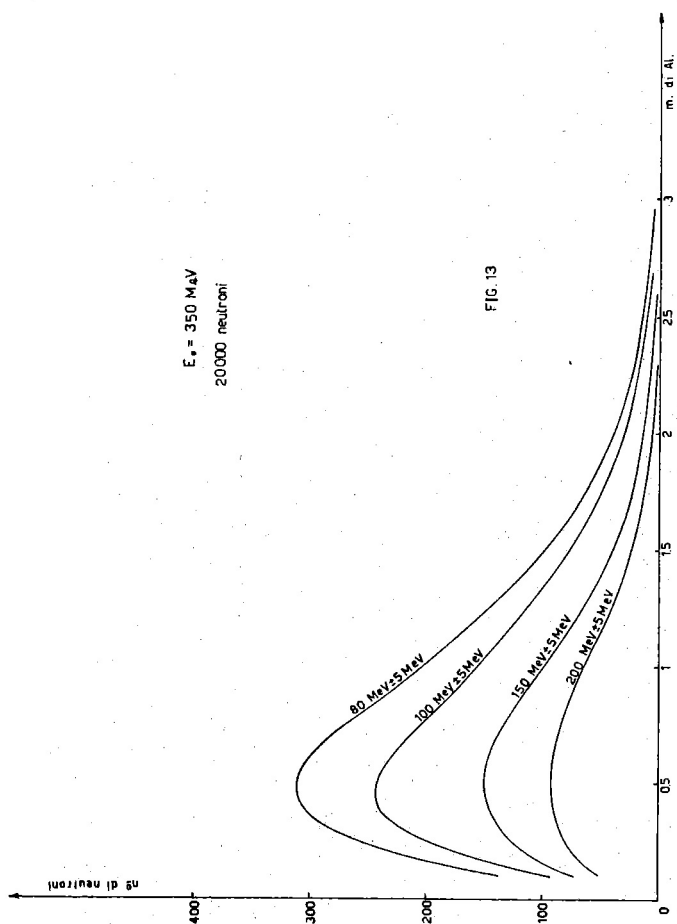
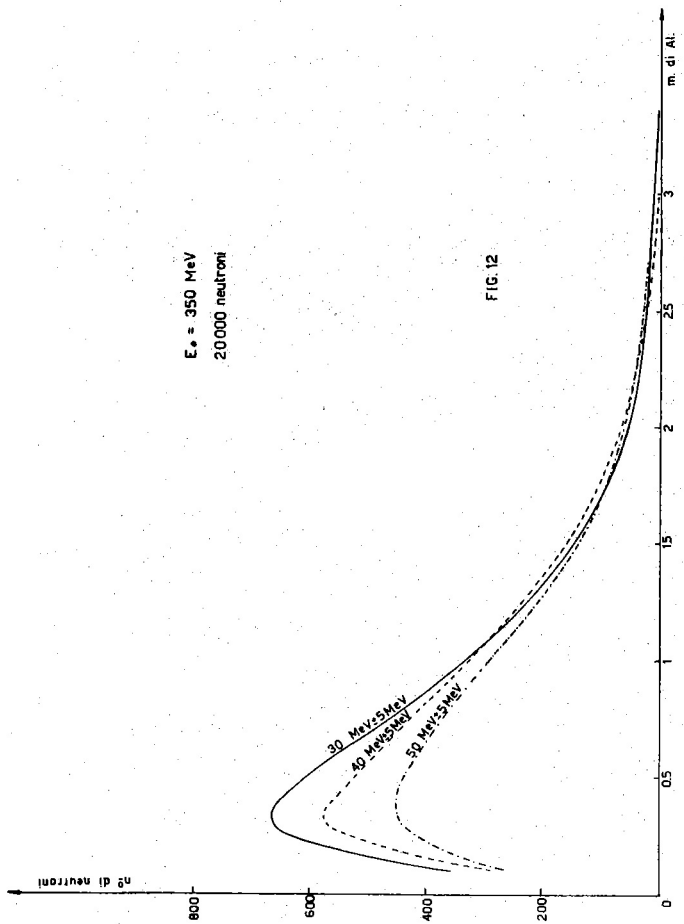
Mediante le eq. di trasporto di Boltzmann è stata verificata l'attendibilità dei risultati, limitatamente al caso dei primari monoenergetici.

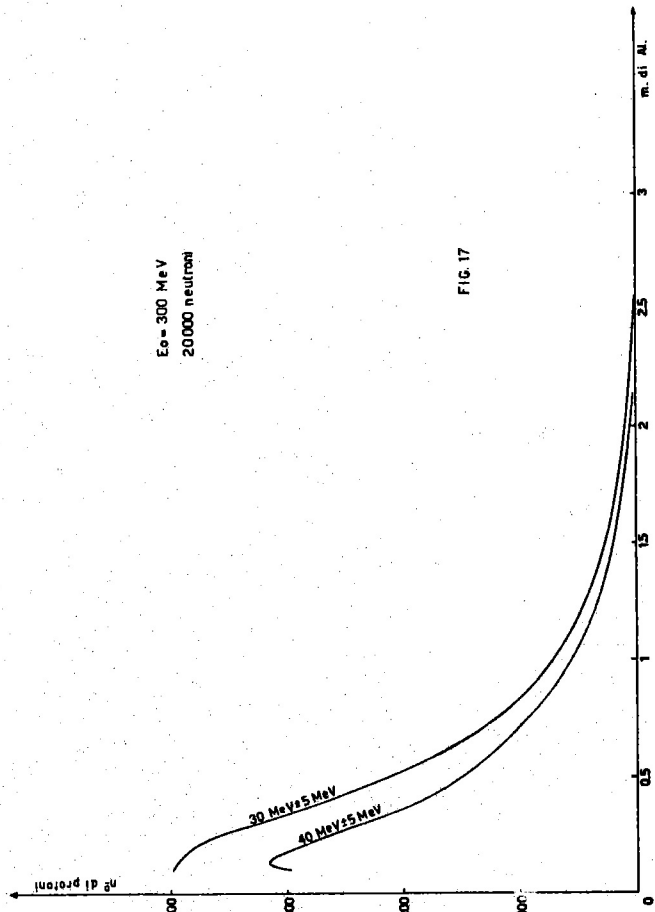
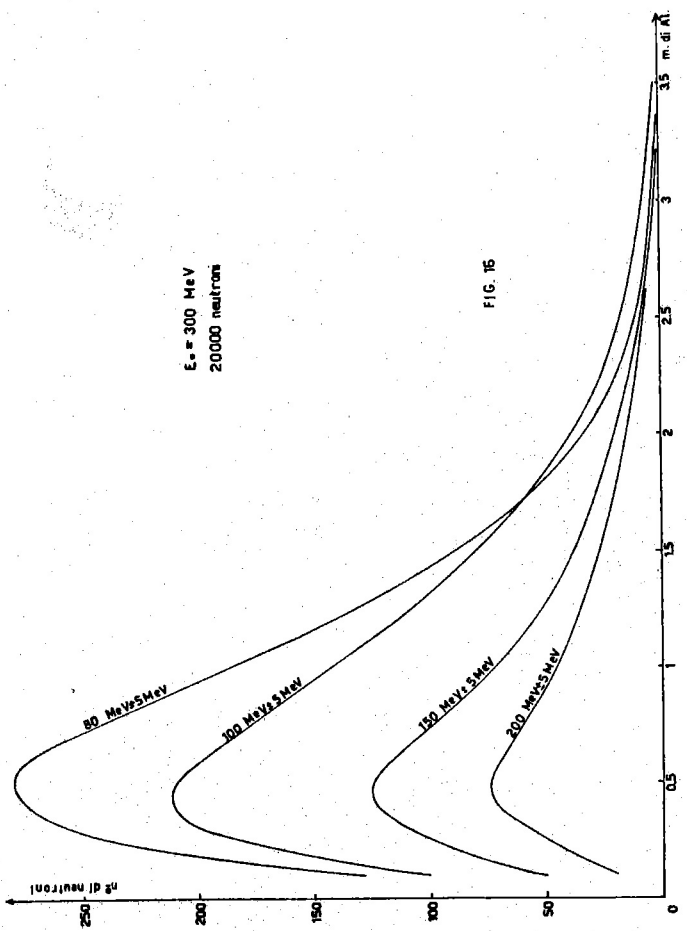
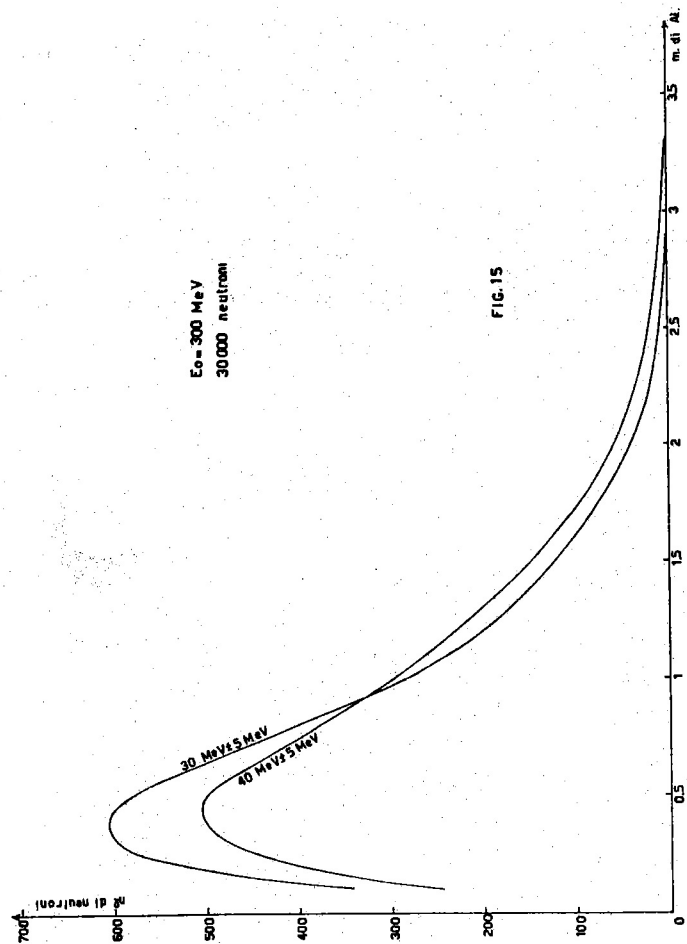
TABELLA DELLE CURVE

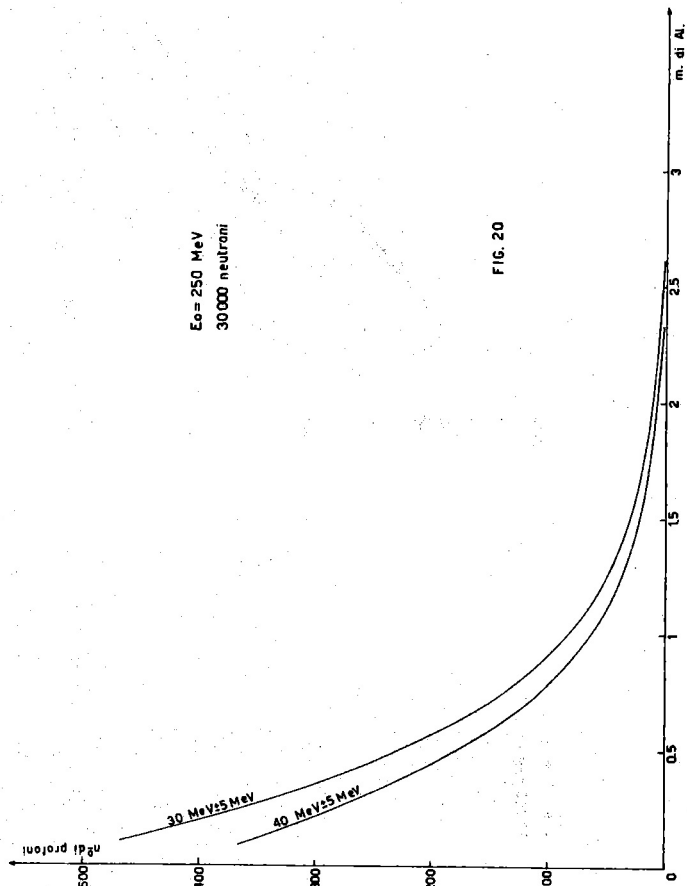
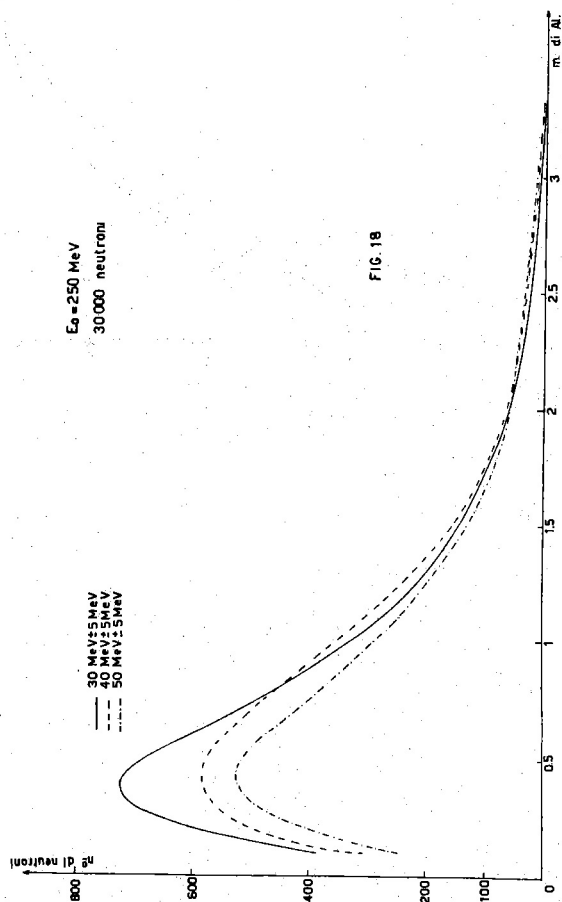
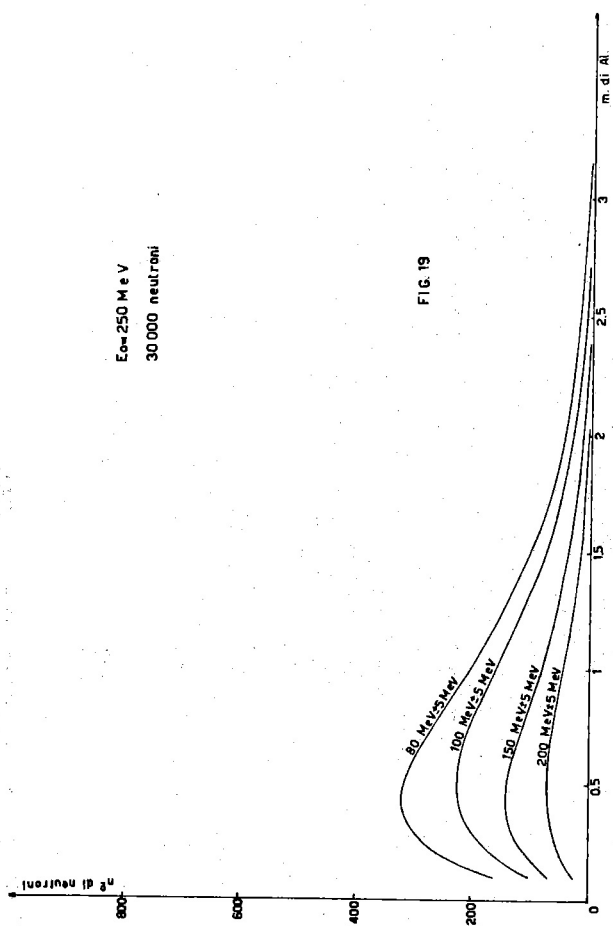
ENERGIA (MeV)	Numero di primari	Neutroni con energia $E =$ 30,40,50 MeV ($\Delta E = 10$ MeV)	Neutroni con energia $E =$ 80,100,... MeV ($\Delta E = 10$ MeV)	Protoni con energia $E =$ 30,40 MeV ($\Delta E = 10$ MeV)
Spettro	100.000	fig. 6	fig. 7	fig. 8
400	20.000	fig. 9	fig. 10	fig. 11
350	20.000	fig. 12	fig. 13	fig. 14
300	20.000	fig. 15	fig. 16	fig. 17
250	30.000	fig. 18	fig. 19	fig. 20
200	20.000	fig. 21	fig. 22	fig. 23
150	30.000	fig. 24	fig. 25	fig. 26











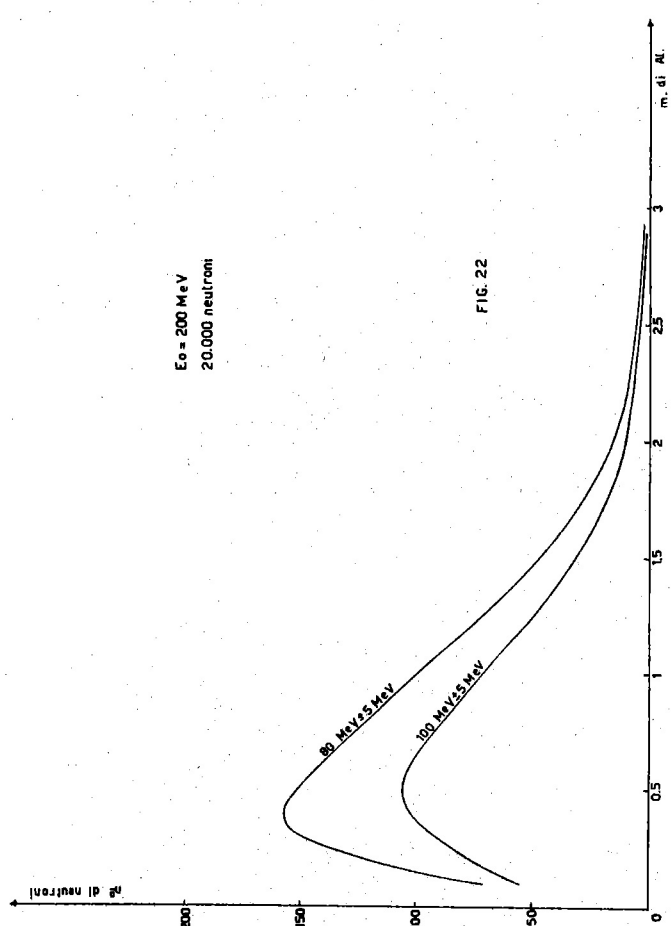


FIG. 22

$E_0 = 200 \text{ MeV}$
20.000 neutroni

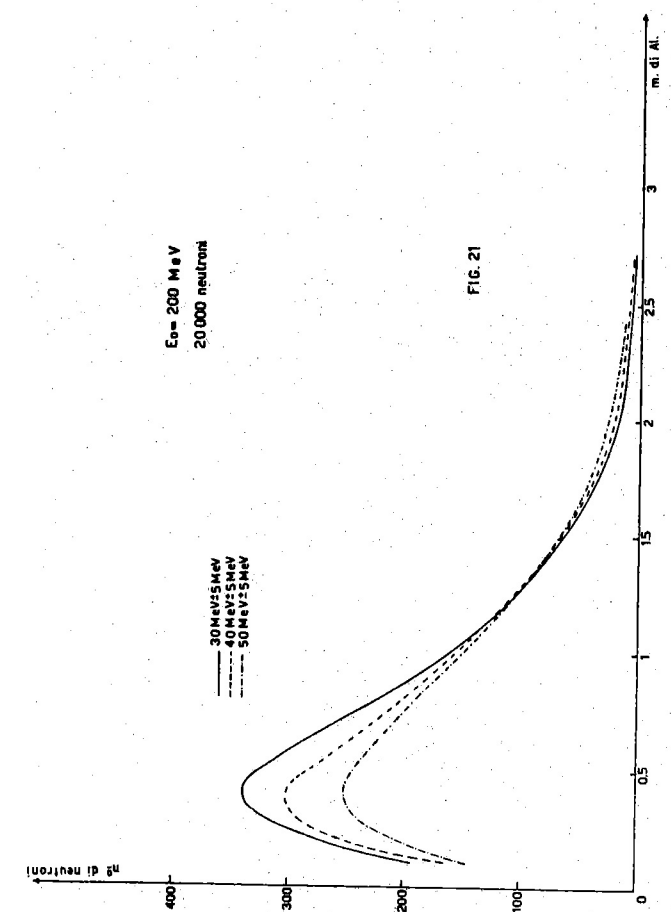


FIG. 21

$E_0 = 200 \text{ MeV}$
20.000 neutroni

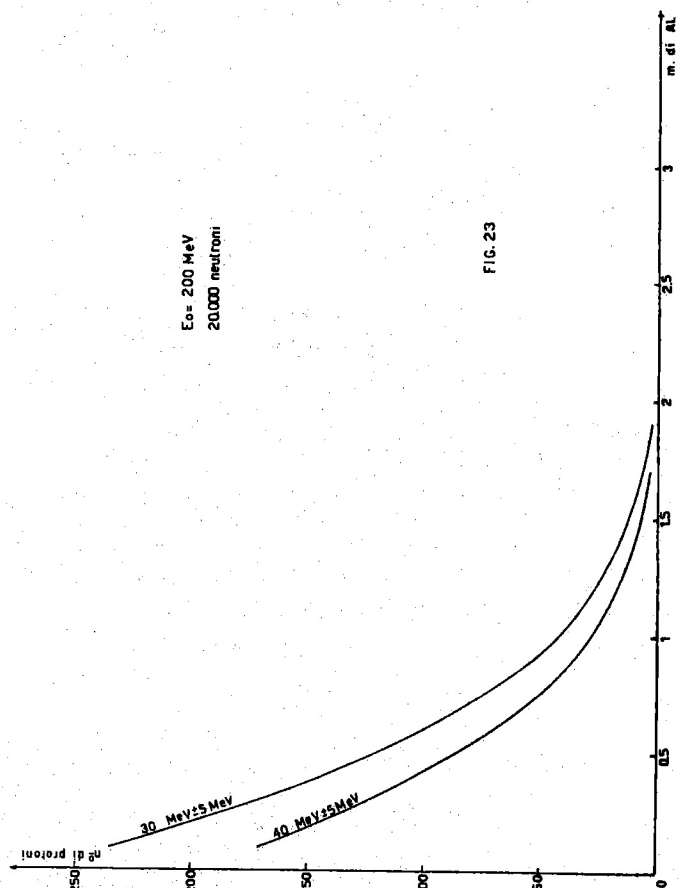


FIG. 23

$E_0 = 200 \text{ MeV}$
20.000 neutroni

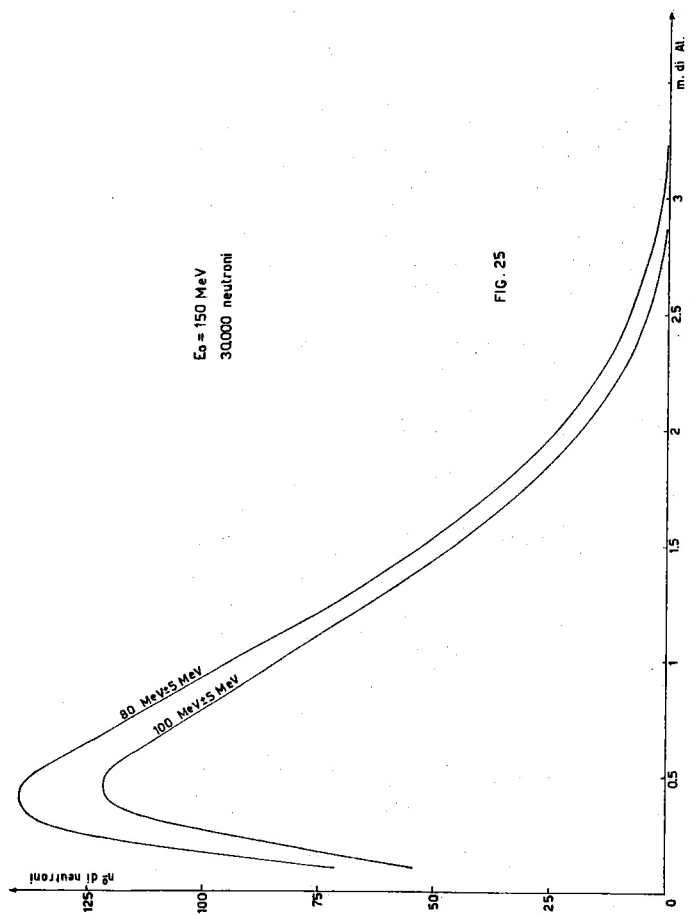


FIG. 25

$E_0 = 150 \text{ MeV}$
30,000 neutroni

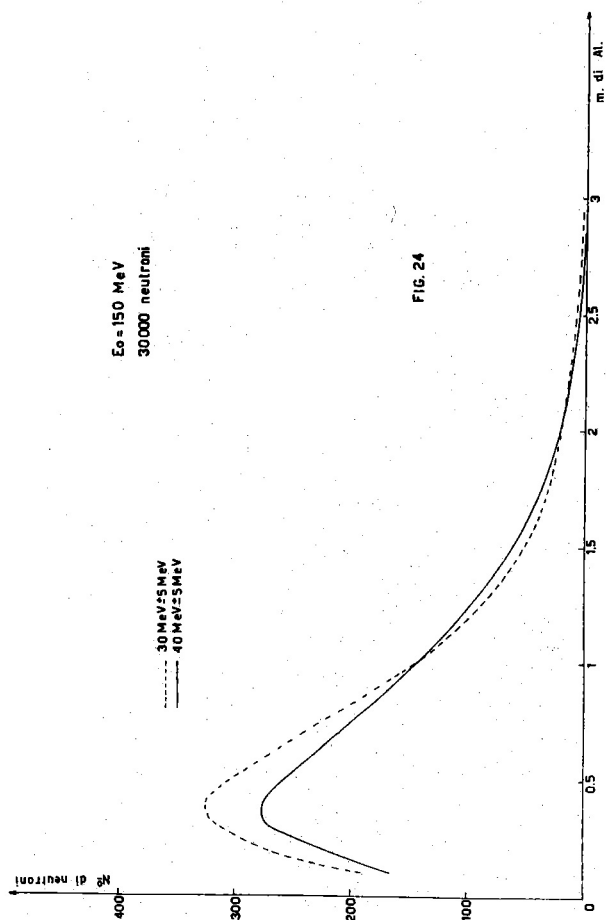


FIG. 24

$E_0 = 150 \text{ MeV}$
30,000 neutroni

----- $30 \text{ MeV} \pm 5 \text{ MeV}$
----- $40 \text{ MeV} \pm 5 \text{ MeV}$

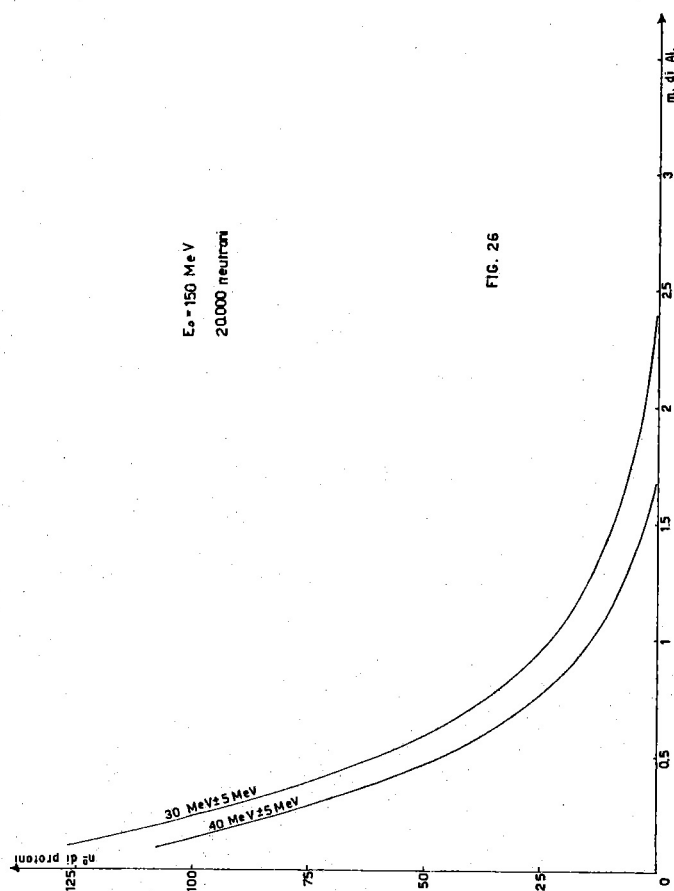


FIG. 26

$E_0 = 150 \text{ MeV}$
20,000 neutroni

Il programma di calcolo è disponibile presso l'ufficio Calcoli Numerici dei Laboratori Nazionali di Frascati.

APPENDICE. -

Distribuzione in energia dei secondari.

Si è visto che la funzione di distribuzione $f_p(E, E')$ della energia E dei secondari in funzione della energia E' del primario si può porre nella forma

$$(7) \quad f_p(E, E') = f_p(E) A_p(E')$$

da cui

$$(9) \quad A_p(E') = \frac{1}{\int_{30}^{E'} f(E) dE}$$

Per la $f_p(E)$ si è trovata l'espressione

$$(10) \quad f_p(E) = E^{-1.14}$$

e quindi la $A_p(E')$ diventa

$$A_p(E') = \frac{1}{-7.15E'^{-.14} + 6.1 \times 10^{-2}} \quad (E \text{ in MeV})$$

pertanto la funzione di distribuzione $f_p(E, E')$ sarà

$$(11) \quad f_p(E, E') = \frac{E^{-1.14}}{-7.15E'^{-.14} + 6.1 \times 10^{-2}}$$

Ad ogni energia E' della particella primaria corrisponde quindi una funzione della sola variabile E , definita tra i limiti 30 MeV ed E' .

Per assegnare l'energia E compresa tra 30 MeV ed E' da assegnare alla particella secondaria ci si serve di un sottoprogramma che fornisce numeri a caso distribuiti uniformemente tra 0 ed 1 e della funzione $f_p(E, E')$.

Detto R il numero a caso, la formula che assegna l'energia E_s al secondario è:

$$(12) \quad E_s = \left[\frac{30 \cdot 14 \quad E' \cdot 14}{R \cdot 30 \cdot 14 + (1 - R) E' \cdot 14} \right]^{1/14}$$

Nel caso che i secondari siano più d'uno si ripete il procedimento per ognuno, controllando peraltro che venga rispettata la conservazione dell'energia.

RINGRAZIAMENTI. -

Ringraziamo il Prof. A. Turrin per gli utili consigli.

BIBLIOGRAFIA. -

- 1) - M. Bernardini. - Livelli medi di radiazione intorno all'acceleratore lineare e all'anello di accumulazione, LNF 64/54.
- 2) - R. G. Voss and R. Wilson, Proc. Roy. Soc (London) A 23641
- 3) - N. Metropolis et al. Phys. Rev. 110, 204 (1958)
- 4) - R. N. Sternheimer, Phys. Rev. 115, 137 (1959)
- 5) - Camerini et al. Progress in Cosmic Ray Physics (North Holland Publishing Company, 1952) vol. 1, chapt. 1.
- 6) - C. C. Butler and K. H. Baker, Proc. Phys. Soc. (London) A 64, 4 (1951)
- 7) - R. G. Alsmiller, jr. - J. E. Murphy Space vehicle shielding studies calculations of the attenuation of a model solar flare and monoenergetic proton beams by aluminum shields O R N L - 3317 U C - 34 - Physics.